

Les programmes

- Une bonne maîtrise de ce thème est fondamentale
- Finalité : modélisation de la proportionnalité par la fonction linéaire, inaugurant la notion de fonction.
- Trois cadres :
 - ✓ Les grandeurs
 - ✓ Cadre numérique
 - ✓ Cadre graphique
- Mise en évidence :
 - ✓ Caractère arbitraire ou implicite
 - ✓ Méthode empirique
 - ✓ Preuve dans le contexte de la géométrie ou de la mesure

Le socle commun

Connaissances :

- propriété de linéarité
- représentation graphique
- tableau de proportionnalité
- produit en croix
- règle de 3
- pourcentage
- échelle

Capacités :

- Reconnaître les situations relevant de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté

Reconnaître

Dans le cadre des grandeurs

Socle 6^{ème}

Raisonnement de type « ... fois plus ... »

Traiter

Tableau

Rapport de linéarité

Socle 6^{ème}

Socle 5^{ème}

Coefficient de proportionnalité

Socle 6^{ème}

Socle 5^{ème}

Passage à l'unité

Socle 5^{ème}

Exemples

Retour à l'unité

18 bouteilles d'eau coûtent 6,30 € Combien coûtent 7 bouteilles ?

Le Prix est proportionnel au nombre de bouteilles.

Prix d'une bouteille : $6,30 : 18 = 0,35$ €.

Prix de 7 bouteilles : $7 \times 0,35 = 2,45$ €.

Socle 5^{ème}

Linéarité

Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle parcourt 175 km en 2,5 h. Quelle distance parcourt-elle en 5 h ? En 7,5 h ?

· Les deux grandeurs sont proportionnelles car la voiture roule toujours à la même vitesse.

· 5 h est deux fois plus grand que 2,5 h donc la distance parcourue en 5 h est deux fois la distance parcourue en 2,5 h : $175 \times 2 = 350$ km.

· 7,5 h = 5 h + 2,5 h. Donc la distance parcourue en 7,5 h est 350 km + 175 km = 525 km.

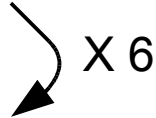
Socle 6^{ème}

Exemples

Coefficient de proportionnalité

On peut recouvrir une surface d'aire 30 m^2 avec 5 L d'une peinture. Quelle est l'aire de la surface que je peux recouvrir avec 7 L de cette peinture ?

Peinture (L)	5	7
Aire (m^2)	30	?



Socle 6^{ème}

$$30 : 5 = 6. \quad 6 \times 7 = 42 \text{ m}^2$$

Dans un gâteau, il y a 200 g de sucre pour 600 g de farine. Combien de sucre faut-il pour faire ce gâteau en utilisant 720 g de farine ?

Le sucre représente $\frac{1}{3}$ de la farine $720 \times \frac{1}{3} = 240 \text{ g}$ de sucre

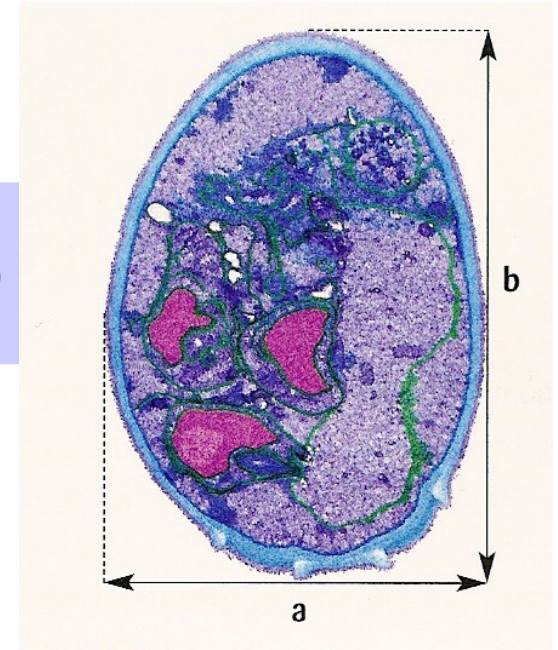
Socle 5^{ème}

Exemples

Échelles

Voici une cellule de levure grossie 10000 fois. En mesurant sur la photo, déterminer les dimensions **a** et **b** de cette cellule.

Socle 6^{ème}



Pourcentages

Elisa a 200 timbres. 25% de ces timbres sont suisses et 37,5 % sont italiens. Les timbres restants sont français. Combien a-t-elle de timbres suisses ? Italiens ? Français ?

Timbres suisses : Pour calculer 25% d'un nombre on le divise par 4 : Socle 6^{ème}
 $200 : 4 = 50$ timbres suisses.

Timbres italiens : $200 \times \frac{37,5}{100} = 200 \times 0,375 = 75$ timbres. Socle 5^{ème}

Reconnaître

Socle 5^{ème}

Au moyen d'un tableau

Socle 5^{ème}

1^{ère} reconnaissance par une propriété graphique

Traiter

Socle 5^{ème}

Compléter un tableau de proportionnalité (recherche d'un 4^{ème} proportionnelle)

Socle 5^{ème}

Règle de 3 (retour à l'unité)

Socle 5^{ème}

Utilisation d'un coefficient de proportionnalité ou d'un rapport de linéarité sous forme de quotient

Socle 4^{ème}

Comparer des proportions

Socle 5^{ème}

Utiliser un pourcentage

Socle 4^{ème}

Calculer un pourcentage

Socle 4^{ème}

Utiliser et calculer une échelle

Exemples

Reconnaître la proportionnalité dans un tableau

Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

3,4	7,5	9	11,6
6,8	15	18,9	23,2

$$\frac{6,8}{3,4} = 2 \neq \frac{15}{7,8}$$

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité

b.

7	11	18	24
7,7	12,1	19,8	26,4

$$\frac{7,7}{7} = \frac{12,1}{11} = \frac{19,8}{18} = \frac{26,4}{24} = 1,1$$

Ce est un tableau de proportionnalité

Socle 5^{ème}

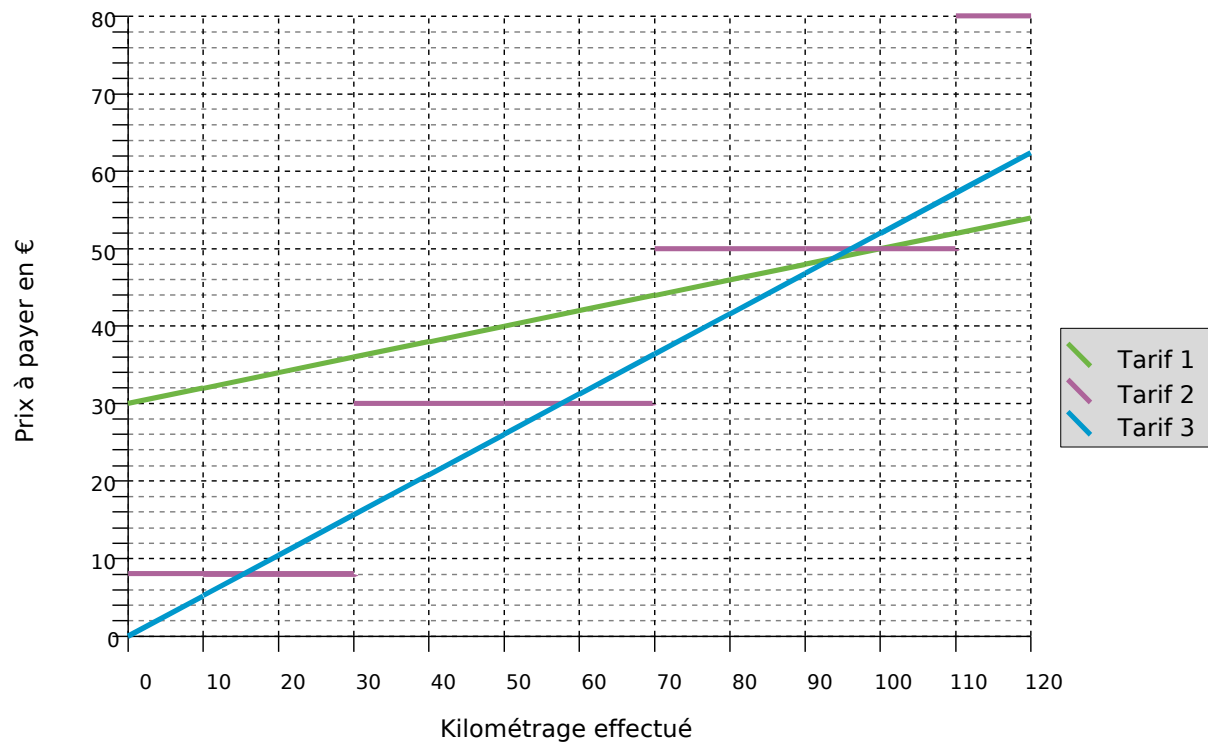
Exemples

Reconnaître la proportionnalité sur un graphique

Socle 5^{ème}

1. Quelles sont les différences graphiques entre ces trois modes de tarification ?
2. Quel mode de tarification possède la propriété suivante : « Si je parcours deux fois plus de kilomètres alors je paierai deux fois plus cher. » ?
3. Pour chaque mode de tarification, détermine graphiquement le prix à payer pour 100 km parcourus.
4. Pour lequel de ces tarifs peux-tu prévoir facilement le prix à payer pour 10 km ?
5. Parmi ces trois modes de tarification, lequel relève d'une situation de proportionnalité ?

On a représenté sur le graphique suivant plusieurs modes de tarification pour une location de voiture en fonction du kilométrage parcouru :



Exemples

Socle 5^{ème}

Recherche d'une quatrième proportionnelle

3	15
8	X

$\times \frac{8}{3}$

On passe de 3 à 8 en multipliant par $8/3$ (coefficient de proportionnalité). Donc :

$$X = 15 \times \frac{8}{3} = 40$$

$\times \frac{15}{3}$

3	15
8	X

On passe de 3 à 15 en multipliant par $15/3$ (propriété de linéarité). Donc :

$$X = 8 \times \frac{15}{3} = 40$$

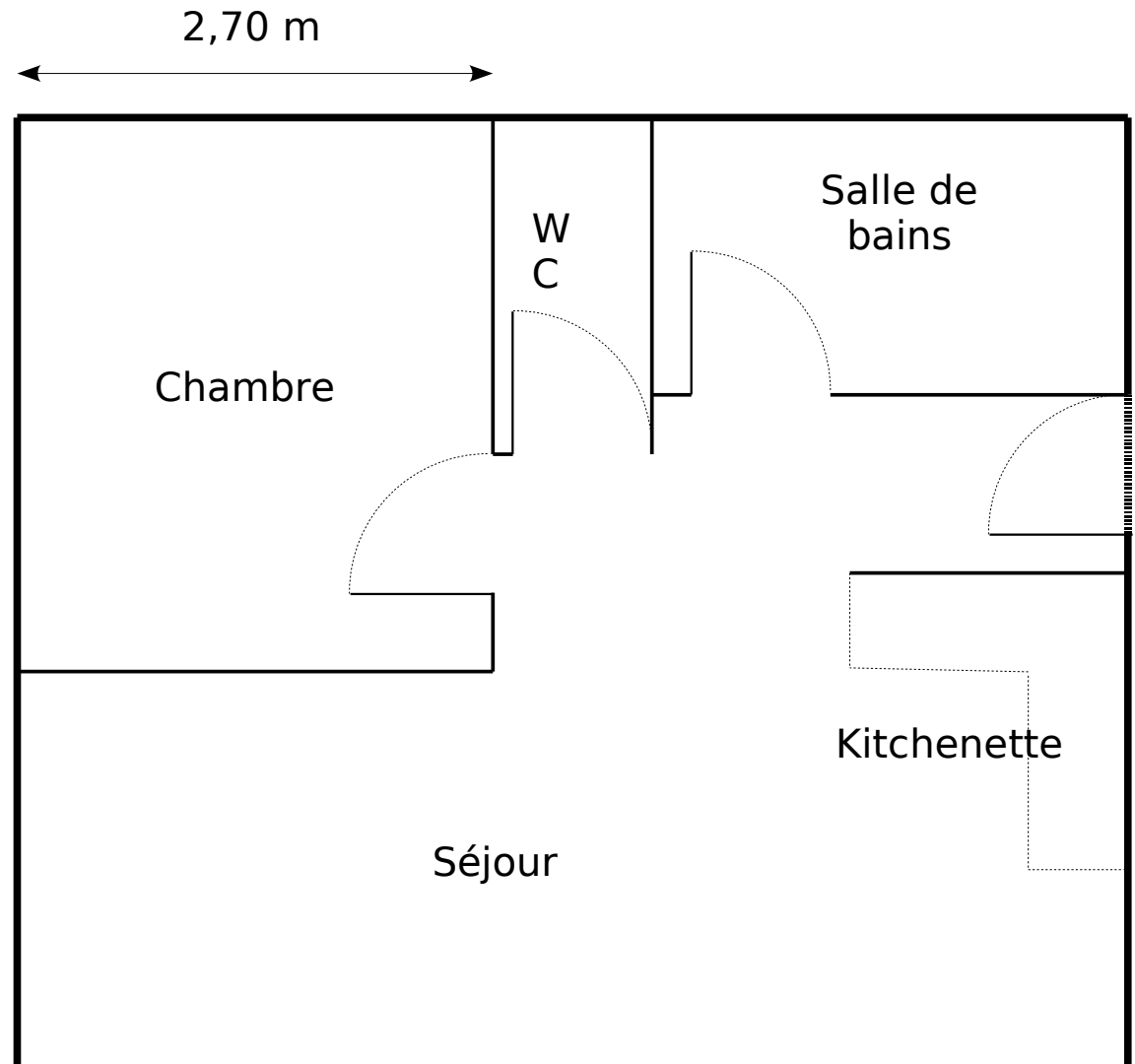
Exemples

Utiliser une échelle - Calculer une échelle

Socle 4^{ème}

Voici le plan d'un appartement.

1. Quelle est la largeur de cet appartement dans la réalité ?
2. Quelles autres dimensions réelles pouvez-vous déterminer facilement ?
3. Quelle est l'échelle de ce plan ?
4. Calculez toutes les dimensions réelles et présentez-les dans un tableau (on arrondira au centimètre).



Exemples

Utiliser un pourcentage - Calculer un pourcentage

Sur une boîte de céréales de 350 g, il est indiqué qu'elle contient 12% de fruits secs.
Calculer la masse de fruits secs contenue dans ce paquet.

Socle 5^{ème}

Dans une classe de 5^{ème}, 17 élèves sur 25 sont externes. Dans une autre classe de 5^{ème}, 15 élèves sur 24 sont externes.

1. Exprimer ces proportions en pourcentage.
2. Dans quelle classe la proportion d'externes est-elles la plus grande ?

Socle 4^{ème}

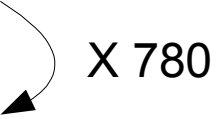
Exemples

Mouvement uniforme

Un avion vole à allure constante et a parcouru 780 km en une heure. Quelle distance parcourra-t-il en 2 h ? en 1 h 30 min ?

Socle 5^{ème}

Temps (h)	1	1,5	2
Distance (km)	780		

 X 780

Reconnaître

Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine.

Socle 3^{ème}

Socle 4^{ème}

Produits « en croix »

Traiter

Socle 4^{ème}

Recherche d'un 4^{ème} proportionnelle à l'aide des produits en croix

Socle 4^{ème}

Les élèves doivent savoir calculer une quatrième proportionnelle sans procédure imposée

Socle 4^{ème}

Utiliser et calculer une échelle

Socle 4^{ème}

Calculer un pourcentage

Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus

Exemples

Caractérisation par l'alignement de points avec l'origine

1. Associer chacun des tableaux de valeurs à la représentation graphique qui lui correspond.

2. Chaque cas est-il une situation de proportionnalité ?

Socle 3^{ème}

a)

x	1	3	5
y	3	9	15

b)

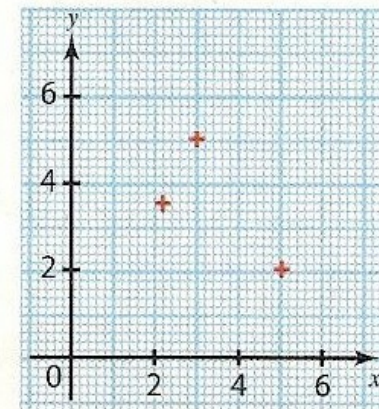
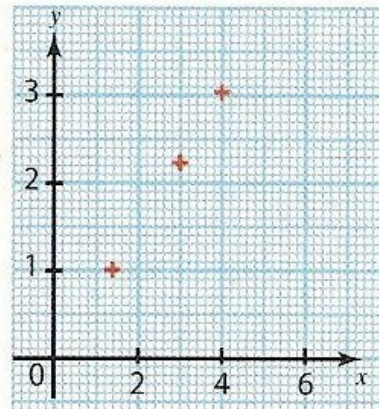
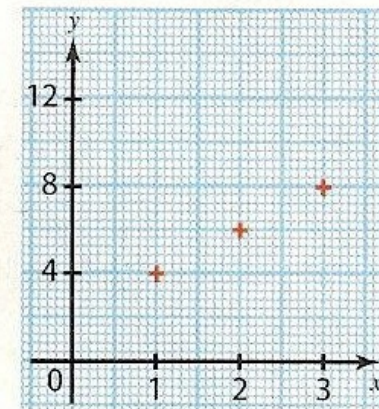
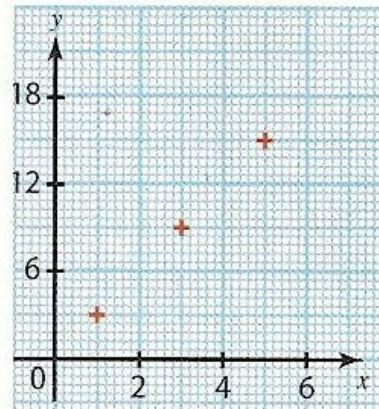
x	3	2,2	5
y	5	3,5	2

c)

x	1	2	3
y	4	6	8

d)

x	4	1,4	3
y	3	1	2,2



Exemples

Pourcentage

Un club sportif réunit 50 filles et 75 garçons. 70 % des filles et 80 % des garçons ont réussi un test d'endurance. Quel pourcentage de sportifs du club ont réussi ce test ?

Non exigible dans le socle

Exemples

Produits en croix **Socle 4^{ème}**

Calcule le prix x de trois baguettes grâce au tableau de proportionnalité suivant:

Le prix du pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées. L'égalité des produits en croix donne : $5 \times x = 4,25 \times 3$.

Donc :

$$x = \frac{4,25 \times 3}{5} = 2,25 \text{ €}$$

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	x ?

Synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire

Socle 3^{ème}

Emettre une hypothèse de proportionnalité dans une situation de la vie courante

Socle 3^{ème}

Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine

Fonction linéaire : modèle mathématiques pour les situations de proportionnalité

Socle 3^{ème}

Pourcentages d'augmentation/diminution : + 5 % -> x1,05

Socle 3^{ème}

Agrandissement / réduction : proportionnalité des longueurs

Socle 3^{ème}

Vitesse moyenne : $d = vt$