

Introduction à la notion de fonction

Commentaires accompagnent le diaporama

Diapo 1-

Il s'agit de préciser un peu la *nouveauté* introduite dans les programmes de troisième, dans la rubrique **1. Organisation et gestion de données, fonctions**, paragraphe 1.1. intitulé « **Notion de fonction** », qui se traduit en la capacité « **Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.** » et qui est vu comme « processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre » ; Il s'agit donc d'une partie spécifique indépendante de l'étude des fonctions linéaires et affines dont le programme dit qu'elles « apparaissent alors comme des exemples particuliers ». C'est peut-être l'occasion d'engager une spirale d'apprentissage sur ce thème, et nous allons proposer une progression possible au sein du programme de troisième.

Avant cela, précisons un peu la notion elle-même et voyons comment on peut préparer le terrain dans les classes précédentes.

Diapo 2-

Deux points sont à mettre en avant dans ce concept:

- les différents registres dans lequel il trouve à s'exprimer: tableaux, graphiques, formules
- la notion nouvelle de variable ou de variation

Les tableaux sont abondamment vus dès la sixième, surtout, mais pas seulement, dans le cadre de situations de proportionnalité; les « formules » sont en fait des expressions algébriques, dont la manipulation commence à être familière aux élèves, et travaillées dans tous les chapitres consacrés au calcul littéral.

On insistera donc davantage sur deux points: l'aspect graphique et la notion de variable.

Diapo 3-

Aspect graphique: on a tendance à ne travailler que des démarches de pointage, c'est-à-dire « associer un point à un couple de nombres.[...] Il y a indépendance des deux dimensions du plan repéré (le placement d'un point s'effectue en deux temps indépendants, la lecture [...] en deux recherches indépendantes). Or, sans intériorisation de la bi-dimensionnalité du plan, l'acquisition de l'ensemble des traitements graphiques ne pourra se faire. »

Dès la classe de cinquième, on peut travailler l'appréhension globale d'un repère cartésien par des exercices obligeant les élèves à traiter simultanément les deux coordonnées. (Les exercices de pointage sont classiques; placer, lire, interpoler, extrapoler).

exercices-types: un repère étant donné,

1- Représenter l'ensemble des points qui ont une abscisse positive

2- Placer un point M de coordonnées (3;1)

a- si on diminue l'ordonnée de M, dans quelle région peut-il se situer (colorier en vert)

b- si on augmente l'abscisse de M tout en diminuant son ordonnée, dans quelle région peut-il se situer?

On peut évidemment construire beaucoup d'autres exercices de ce genre.

Diapo 4-

En ce qui concerne la notion de variable, des exercices du type suivant sont envisageables dès la cinquième:

1- a- Calculer:

$$3 \times 5 + 2$$

$$3 \times 6 + 2$$

$$3 \times 7 + 2$$

$$3 \times 8 + 2$$

1-b- Quels seraient logiquement les trois calculs qui suivent?

2- Écrire une phrase résumant tous ces calculs

3- Avec un tableur, élaborer un programme pouvant faire les 100 calculs suivants

Je ne m'étendrai pas car l'objectif est ici de se centrer sur le programme de troisième mais toute l'introduction au calcul littéral en cinquième est une source d'inspiration.

Diapo 5-

Dans tous travaux numériques calculant des mesures de grandeur, d'après une formule (connue ou établie), on peut utiliser des écritures du type:

Pour

le « prix de 7,5 kg vaut 26 € »,

utiliser

« p. de 7,5 kg = 26 € »,

puis

« $p(7,5)=26$ »

On trouve toutes ces écritures dans les documents d'accompagnement déjà cités.

une progression possible

Diapo 6-

Évidemment, cette progression est entrecoupée des autres chapitres du programme, mais l'introduction à la notion de fonction peut se faire en tout début d'année (personnellement, je le place en troisième position après Thalès et Développements).

Diapo 7-

1- Introduction à la notion de fonction

-Activité d'introduction

-Trace écrite devant aborder explicitement les trois registres principaux des fonctions

1-1- **Calculer** l'image d'un nombre par une fonction dont on connaît l'expression numérique

1-2- **Lire** l'image d'un nombre par une fonction dont on connaît un tableau de données

1-3- **Déterminer** l'image d'un nombre par une fonction dont on connaît une représentation graphique

-en supplément, exercices de construction de tableaux de valeurs, de construction graphique, de détermination d'antécédent (sur graphiques ou dans des tableaux), utilisation de tableurs...

Diapo 8 et 9 (voir annexe A)

Diapo 10- trace écrite (inspirée de l'annexe B et du cours de Gilles B)

Diapo 11-

2- Proportionnalité et fonctions linéaires

- Se référer aux documents d'accompagnement « grandeurs et mesures », paragraphe 7 et « proportionnalité-fonctions » (4 pages);

- Possibilité d'introduire la fonction linéaire comme modèle aux situations de proportionnalité.

- Faire le lien avec le théorème de Thalès

Ici, peut-être montrer le document de Gilles concernant les différents registres appliqués aux fonctions linéaires. Insister sur l'importance de faire jouer en permanence ces différents registres. En profiter aussi que c'est peut-être la seule occasion au collège où justifier l'existence d'un chapitre « proportionnalité ». (Dans les trois autres niveaux, la notion est tellement diffuse partout qu'on préconise plutôt de la travailler à chaque occasion plutôt que de lui consacrer un chapitre spécifique).

Diapo 12-

3- Fonctions affines

- Noter que les fonctions linéaires sont un cas très particulier des fonctions affines

- La recherche d'image et d'antécédent donne du sens à la résolution d'équations.

- Donner du sens aux paramètres a et b.

Diapo 13 et 14

4- Systèmes d'équations

- Vérifier la vraisemblance d'une solution obtenue algébriquement

- Donner une solution graphique évidente et la vérifier algébriquement

- Donner une solution approchée, précédant une éventuelle résolution algébrique

5- Inéquations

- interprétation graphique

- donner du sens dans un contexte à $f(x)=k$ et $f(x)<k$

Remarque personnelle: en trigonométrie, je fais tracer aux élèves les courbes du sinus et du cosinus, en utilisant un tableau de valeur construit à la calculatrice ou au tableur (ça dépend des années) et ils les utilisent ensuite pour passer de l'angle au rapport (ou inversement), par lecture graphique.

En annexe A, l'activité d'introduction qui utilise tableur et logiciel de géométrie, et fait travailler les 3 aspects de la fonction. Pour la présenter, il faudrait Cabri

Commentaires: *Ce T.P. a l'avantage d'avoir un traitement assez simple au niveau littéral (l'expression de l'aire est $(12-x)^2 - 1,5^2$; elle se développe facilement); il permet d'illustrer la notion de dépendance continue entre deux grandeurs; on peut également trouver une justification de la forme développée de la formule, qui permet de lire directement la valeur maximale de l'aire. En revanche, il manque peut-être d'une problématique (la recherche d'extremum, par exemple, est triviale; la fonction en jeu ne nous intéresse ici que dans sa partie décroissante).*

En annexe B, l'ébauche d'une trace écrite qui resterait en leçon. Je ne crois pas forcément pertinent de la montrer.

Il faut ajouter à la séquence de multiples exercices de lecture, de construction et de calculs, pour familiariser les élèves avec le vocabulaire (entre autre).

Faire revivre la notion de fonction à la moindre occasion (fonction racine carrée, fonctions trigonométriques...)

les textes de référence:

- les programmes (évidemment)
- documents d'accompagnement « proportionnalité-fonctions » et « grandeurs et mesures »
- « algèbre et fonctions » DESCO

Annexe A

Activité d'introduction à la notion de fonction

Objectif:

- mettre en évidence le lien entre la position d'un point et la valeur d'une grandeur géométrique
- utiliser les différents registres des fonctions pour résoudre le problème

Place dans la progression:

- Problème de transition qui clôt le chapitre sur le développement d'expressions littérales.

On part d'une situation géométrique, que l'on peut contextualiser en considérant un jardin, un appartement, ...

ABCD est un carré de 12 mètres de côté;
E est sur [AB], G est sur [AD] et AEGF est un carré de 1,5 mètres de côté;
H est sur [EB], J est sur [GD] et AHIJ est un carré

A quelle distance de B placer H pour que l'aire de EHIJGF soit de 100 m²?
Est-ce d'ailleurs possible?

HB = 2,62 cm AE = 1,54 cm

aire EHIJGF = 92,80 cm²

échelle abscisses: 1,0 AB = 12,37 cm

échelle des ordonnées: 0,1 AH = 1,54 cm

Il existe d'autres problèmes répondant aux mêmes objectifs et peut-être plus intéressants; si on a le temps, il est possible de les montrer; celui-là a l'avantage d'être accessible à un public très faible, au niveau de l'obtention de l'expression algébrique.

Ce problème va être traité en quatre temps:

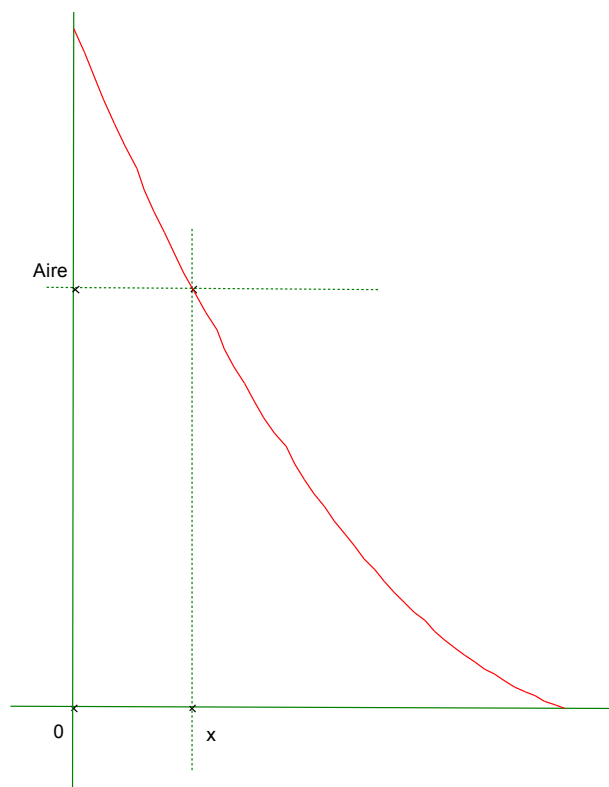
1. en classe entière, pour l'aspect algébrique; selon la classe, le travail peut se faire en groupe ou individuellement; il s'agit de trouver l'expression de l'aire en fonction de la distance de H à B, que l'on peut noter x. On arrive à une impasse car on ne sait pas résoudre une équation du second degré.
2. en salle informatique, pour la construction du tableau de valeurs, par deux méthodes différentes; là encore, les modalités sont laissées à l'appréciation du professeur; on peut diviser la classe en deux, l'une travaillant sur le logiciel de géométrie pour la campagne de mesure, l'autre sur le tableur pour effectuer les calculs.

Remarque: Se pose le problème du statut des valeurs en jeu; sont-elles exactes ou approchées? On triche un peu (beaucoup?) en faisant croire aux élèves que les valeurs relevées sur le logiciel de géométrie sont des valeurs **mesurées**; en réalité, le logiciel **calcule**

ces valeurs, mais comme il ne montre pas toutes les décimales, les valeurs obtenues sont approchées; en revanche, nous avons choisi de faire calculer des valeurs exactes par le tableur; ceci est possible car la formule le permet; ce ne sera pas toujours le cas (radicaux, cosinus,...)

3. à la maison, pour tracer la courbe, l'échelle étant donnée par le professeur (des échelles simples: 1 en abscisse et 0,1 en ordonnée), et répondre à la question posée. On peut demander un début de travail de rédaction.
4. en classe entière, pour la synthèse de l'activité; tous les éléments sont en place pour une trace écrite complète de cette introduction à la notion de fonction.

on obtient une courbe qui a l'allure suivante: (ici, ouvrir le fichier Cabri correspondant)



Préparer les fichiers de Gilles pour montrer un deuxième problème et une exploitation tableur.

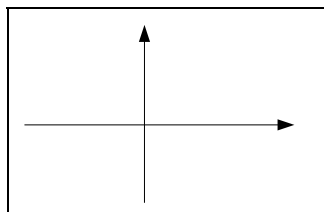
$AE = 1,54 \text{ cm}$

$AB = 12,37 \text{ cm}$

Annexe B- Partie « leçon »

Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par

une courbe



lecture de l'image de ...
Il s'agit d'une mesure, la valeur est donc approchée.
Lire l'antécédent de ...

un tableau de données

x								
f(x)								

Lire la valeur de l'image de ...,
de l'antécédent de ...

Statut exact ou approché des
valeurs, dépend de l'origine du
tableau.

une formule

$$x \rightarrow f(x) = \dots$$

Calculer l'image de ...
Calculer f(...)

Il s'agit d'un calcul; on peut en
avoir une valeur exacte