SOLUTIONS DES EXERCICES DE REFLEXION DU 25 NOVEMBRE 2011

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Voici une solution envisageable.  Chaque morceau est constitué d’une série de carrés de 3 cm de côté. Si on veut faire passer l’anneau de 5 cm de diamètre on s’assure qu’il puisse changer de direction : la diagonale d’un carré de 3 cm de côté mesure 3 cm , ce qui est un peu inférieur à 4,25 cm donc à 5 cm : cela est donc possible. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | 6 | 4 |  | | 2 | 8 | 1 | 7 | |  | 5 | 3 |  | | 2. Il faut voir que le 1 et le 8 ont un rôle particulier : ils ne sont pas à considérer comme consécutifs et n’ont qu’un seul voisin interdit (respectivement le 2 et le 7).  Plaçons-les au centre, car les cases du centre sont celles qui ont le plus de contacts avec les autres. Puis plaçons le 2 et le 7 dans les seules cases qui peuvent les accepter. Enfin on place les chiffres restants : voici une solution possible. |

3. Tout d’abord, André et Bernard traversent, ce qui prend 2 minutes.

Ensuite, André ramène la torche : nous en sommes à 3 minutes. Puis Céline et Donald traversent le pont : nous en sommes à 13 minutes.

Bernard ramène la torche : nous en sommes à 15 minutes. Enfin André et Bernard traversent le pont et ce sont bien 17 minutes qui se sont écoulées depuis le départ.

4. Il suffit de poser le plateau 1 pièce du sac 1, 2 pièces du sac 2, 3 pièces du sac 3, …., 10 pièces du sac 10.

Si toutes les pièces étaient bonnes, le total ferait 55g. S’il fait 56g, c’est le sac n°1, s’il fait 57g, c’est le sac n°2, s’il fait 58g, c’est le sac n°3, s’il fait 59g, c’est le sac n°4,….., s’il fait 65g, c’est le sac n°10.

|  |
| --- |
| Si le total fait (55 + k) g, alors c’est le sac n° k |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5. Comme 9 est impair, seul Paul a pu perdre la dernière partie (les deux autres voyant leur avoir doublé ont forcément un nombre pair d’euros).  Avant cette dernière partie, Pierre avait 4 euros, Paul en avait 18 et Jacques en avait 5.  On applique la même méthode pour les tous précédents : Jacques a perdu la manche n°4 et avant cette manche Pierre avait 2 euros, Paul avait  9 euros et Jacques avait 16 euros.  On peut faire le tableau ci-contre…. | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Pierre | Paul | Jacques | | Fin 5ème manche | 8 | 9 | 10 | | Fin 4ème manche | 4 | 18 | 5 | | Fin 3ème manche | 2 | 9 | 16 | | Fin 2ème manche | 1 | 18 | 8 | | Fin 1ère manche | 14 | 9 | 4 | | Début | 7 | 18 | 2 |  |  | | --- | | Au début, Pierre avait 7 euros, Paul avait 18 euros et Jacques avait 2 euros. | |

6. On a : 36 = 1 × 2 × 2 × 3 × 3.

Donc : 36 = 1 × 1 × 36 (somme : 38) ; 36 = 1 × 2 × 18 ( somme : 21) ; 36 = 1 × 3 × 12 (somme : 16) ; 36 = 1 × 4 × 9 (somme : 14) ; 36 = 2 × 2 × 9 (somme : 13) ; 36 = 1 × 6 × 6 (somme : 13) ; 36 = 2 × 3 × 6 (somme : 11) ; 36 = 3 × 3 × 4 (somme : 10).

Contrairement à nous, l’homme connaît le numéro de la maison d’en face. Par exemple, si ce numéro était 38 ou 11, il annoncerait tout de suite la solution. S’il ne trouve pas, c’est qu’il est dans le seul cas litigieux : 13. Donc les âges correspondent à ( 6, 6, 1) ou ( 9, 2, 2).

Parmi ces deux configurations, seule (9, 2, 2) comporte une seule aînée, l’autre comportant 2 jumelles aînées.

|  |
| --- |
| Les 3 filles ont 9 ans , 2 ans et 2 ans. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7. Traduisons les données de l’énoncé :  « J’ai 4 fois l’âge que vous aviez", donc 40 = 4 × y  Donc : y = 10.  « J’avais l’âge que vous avez » donc z = x.  L’écart entre les âges étant le même : y – x = z – 40  Donc : 10 – x = x – 40 ; 2 x = 50 ; x = 25  Donc : z = 25. | |  |  |  | | --- | --- | --- | | Âge | Avant | Maintenant | | Moi | x | 40 | | Vous | y | z |  |  | | --- | | Vous avez donc 25 ans. | |

8. Soient respectivement a, b, c les temps mis ( en heures) par Anatole, Boris et Camille pour réaliser le travail T.

En 1 heure, Anatole réalise , Boris réalise et Camille réalise . Donc, en 1 heure, Anatole et Boris réalisent ensemble + , et, en 2 heures, ils réalisent 2 ( + ) = T , donc

|  |
| --- |
| 2 ( + ) = 1 ( 1 ) |

En 1 heure, Anatole et Camille réalisent ensemble + et, en 3 heures : 3 ( + ) = T, donc :

|  |
| --- |
| 3 ( + ) = 1 ( 2 ) |

En 1 heure, Boris et Camille réalisent ensemble + et, en 4 heures : 4 ( + ) = T , donc :

|  |
| --- |
| 4 ( + ) = 1 ( 3 ) |

En posant A = , B = , et C = , on obtient : A + B = (1’) ; A + C = (2’) et B + C = (3’).

Par soustraction : (1’) – (2’) s’écrit : B – C = ce qui, par somme avec (3’), donne : 2 B = +  ; B = , et, par différence avec (3’) : 2 C = -   et C = . De plus, d’après (1’) : A = - B = - = .

Par conséquent : a = =  ; b = = et c = = 24.

|  |
| --- |
| Tout seul, Anatole met h ≈ 3h 25mn 43s ; Boris met h = 4h 48mn et Camille met 24 h. |

9. L’ours est blanc. En effet, un tel phénomène n’est possible qu’aux endroits suivants :

a) Exactement au pôle Nord. En effet, les 10Km vers l’est ne sont pas en ligne droite : c’est un arc de cercle autour du pôle en restant à 10 km du pôle (à chaque instant, on va vers l’est). L’ours est un ours polaire, donc il est blanc.

b) Imaginons une latitude où il est possible de faire le tour de la terre en 10 km. Cela existe près du pôle Nord et près du pôle Sud. Près du pôle Nord, il est à moins de 10 Km du pôle : il n’est donc pas possible d’y arriver après avoir fait 10 km vers le sud.

Mettons-nous du côté du pôle Sud. On considère un cercle parallèle à l’équateur (c’est-à-dire un parallèle), de circonférence 10 Km, et qui fait le tour de la terre à cet endroit précis. Ou encore de circonférence ( avec n entier). Partons d’un point situé à 10 Km au nord de ce cercle ; faisons 10 Km vers le sud pour nous retrouver sur ce cercle (en 1 tour ou en n tours de ce cercle), puis 10 Km à l’est ( nous faisons le tour de la terre et nous nous retrouvons dans la position précédente), puis 10 Km au nord : nous nous retrouvons au point de départ.

Tous les points situés sur un parallèle situé à 10 km au nord d’un deuxième parallèle de 10 Km de circonférence ou de circonférence ( avec n entier) dans l’hémisphère Sud conviennent. Dans ce cas aussi, l’ours est blanc.

|  |
| --- |
| Dans tous les cas possibles, il s’agit d’un ours blanc. |

10. La solution est évidente : Franck possède 1 voiture rouge, 1 voiture noire et 1 voiture blanche.

|  |
| --- |
| Franck possède en tout 3 voitures. |

11. a) Les légumes qui ont coûté le plus cher à Yannis sont les poivrons, car le prix le plus bas est celui qui ne les inclut pas.

b) Soient respectivement o, c, t et p les prix des olives, des concombres, des tomates et des poivrons.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| On a : c + t + p = 20 (1)  o + t + p = 18 (2)  o + c + p = 22 (3)  o + c + t = 15 (4) | Par somme membre à membre de ces 4 relations : 3 ( o + c + t + p) = 75 . Donc :   |  | | --- | | o + c + t + p = 25 (5) |   Par différence de (5) avec chacune des relations (1), (2), (3) et (4) :   |  | | --- | | o = 5 ; c = 7 ; t = 3 ; p = 10 (en oboles) | |

12. Si Alex tape 6 fois dans ses mains, il y a 5 intervalles de temps entre l’ensemble des frappes. Chaque intervalle entre 2 frappes dure donc seconde. De même, l’intervalle entre deux frappes de Bruno dure seconde.

Entre 10 frappes, il y a 9 intervalles. Il faudra donc 9 × s = 10,8 s à Alex et 9 × s ≈ 10,29 s à Bruno.

|  |
| --- |
| C‘est donc Bruno qui frappe dans ses mains le plus rapidement. |

13. Si x est le nombre possible de passagers dans un wagon, il y avait au départ de Strasbourg 7 × x passagers.

Au départ de Colmar, il y a donc × 7 × = passagers : il faut 3,5 wagons, donc :

|  |
| --- |
| Au départ de Colmar, il faudra 4 wagons. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 14. Lorsque les sièges n°130 et n°110 se croisent (par exemple en B et D) le siège n°120 est à une extrémité du télésiège (F).  Si au même instant le siège n°250 et le n°290 se croisent (par exemple en C et A) c’est que le siège n°270 est à l’autre extrémité (E).  Sur une des moitiés du télésiège il y a donc 270 – 120 = 150 sièges, donc le télésiège comporte 150 × 2 = 300 sièges.   |  | | --- | | Ce télésiège comporte 300 sièges. | |

15. a) L’affichage des heures et des minutes est symétrique 16 fois sur une journée de 24 heures :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 00 :00  01 :10 | 02 :20  03 :30 | 04 :40  05 :50 | 10 :01  11 :11 | 12 :21  13 :31 | 14 :41  15 :51 | 20 :02  21 :12 | 22 :22  23 :32 |

b) Comme les minutes sont en position centrale, il n’y a que 6 possibilité pour qu’elles soient symétriques : 00, 11, 22, 33, 44, 55. Pour ce qui est des heures et des secondes, le problème est le même que celui de l’énigme précédente vue en a) avec les heures et les minutes : il y a 16 possibilités pour les heures et les secondes d’être symétriques, indépendamment des minutes. En combinant toutes les possibilités (en mettant successivement 00 11, ,…55 au milieu ) il y a donc 16 × 6 = 96 possibilités.

|  |
| --- |
| Il y a 96 affichages symétriques possibles des heures, minutes et secondes. |

16. Ce partage aurait été équitable si Casimir avait mangé les 5 pains à lui tout seul.

Mais chacun des 3 convives a mangé la même part, donc de pain. Donc Albert, ayant apporté 3 pains, en a laissé 3 - = à Casimir. Et Barnabé, ayant apporté 2 pains, en laisse 2 - = à Casimir.

Donc Albert a donné 4 fois plus de pain à Casimir que Barnabé !

|  |
| --- |
| Il aurait été plus équitable que Albert prenne 4 pièces et Barnabé 1 pièce. |

17. A l’aller, le randonneur part d’un point A et arrive à un point B à la vitesse constante v. Soit d la distance AB. Comme il met 3 heures, on a : v = . Sa position sur le trajet (AB) est à chaque instant t (en prenant pour origine des temps 9H) donnée par sa distance à A : x = v t = t.

Au retour, il met 2 heures donc sa vitesse est v’ = . Sa position est : x’ = d - t. On cherche l’endroit pour lequel on a x = x’, donc t = d - t. On a d non nul donc : t = 1 - t ; donc t = 1 et t = heure, donc t = 1h 12 mn ( ce qui correspond à 10H 12 mn). Le lieu cherché est défini par x = × = : il est à du parcours en partant de A.

|  |
| --- |
| Le randonneur passe les deux jours au même endroit à 10H 12mn et cet endroit est aux du parcours en partant d’en bas et à du parcours en partant d’en haut. |

18. Au départ les longueurs des arêtes du pavé droit sont x, y et z (avec x > y > z).

L’arête du cube est : a = x – 5 = y = z + 3 (1) et la conservation du volume s’écrit : (x – 5)y (z + 3) = x y z.

Donc : avec y non nul, ( x – 5) ( z + 3) = x z ; x z – 5 z + 3 x – 15 = x z ; 3  x – 5 z = 15 (2).

De (1) résulte x = z + 8. En substituant dans (2), 3 ( z + 8) - 5 z = 15 ; 24 – 2 z = 15 ; z = 4,5 (et y = 7,5 et x = 12,5) donc l’arête du cube est : a = z + 3 = 7,5

|  |
| --- |
| L’arête du cube mesure 7,5. |

19. Il faut avoir l’idée de « développer» le cylindre formé par le tronc d’arbre, et se placer dans un plan.

Dans ce cas, la distance séparant les deux escargots est l’hypoténuse BC d’un triangle rectangle ABC dont les côtés de l’angle droit mesurent AB=2m (demi circonférence) et AC= 1,5m (différence d’altitude : 1,97m - 0,47m = 1,5m ).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | D’après le théorème de Pythagore, BC= 2+ 1,5=6,25, donc BC mesure 2,5m. Chaque escargot faisant la moitié du chemin, il parcourt soit 1,25m  à partir du moment où ils vont l’un vers l’autre . On trouve :   |  | | --- | | 1,25 m. | |

20. Les 4 avions ont adopté une formation de vol tétraédrique : ils occupent les sommets A, B, C, D d’un tétraèdre régulier.

Si G est le centre de gravité de la face BCD, la hauteur de ce tétraèdre est égale à h = AG= 1000m - 800m = 200m.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | La distance entre 2 avions est l’arête a de ce tétraèdre régulier. On utilise le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AGD et DD’B, et le fait que. DG= DD’.  On a : BD= DD’+ BD’, donc : a= DD’+ (), et donc : DD’=  aet DG=. De plus : DG+ AG=AD, donc : + h= a et h=a Donc : a = h  Si h= 200m , la distance entre deux avions est :   |  | | --- | | a = 200 245m | |