SOLUTIONS DES ACTIVITES

POUR INTERESSER LES ELEVES

**EXERCICE 1**

Pour les pages de 1 à 9, il faut 9 chiffres.

Pour les pages de 10 à 99, il faut 90\*2=180 chiffres.

Pour les pages de 100 à 999, il faut 900\*3=2700 chiffres.

En tout, pour les pages de 1 à 999, il faut 9+180+2700=2889 chiffres ;

Or on a utilisé 2989 chiffres, c’est-à-dire 100 de plus, ce qui correspond à25 pages à 4 chiffres, la 1ère des pages à 4 chiffres étant 1000 et la 25ème étant 1024.

|  |
| --- |
| **Ce volume admet 1024 pages.** |

**EXERCICE 2**

Notons les cases comme ci-dessous ( L pour « ligne » et C pour « colonne »)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (L1, C1) | (L1, C2) | (L1, C3) | (L1, C4) | 13 |
| (L2, C1) | (L2, C2) | (L2, C3) | (L2, C4) | 27 |
| (L3, C1) | (L3, C2) | (L3, C3) | (L3, C4) |
| 6 | 24 | 11 | 20 |

Il est nécessaire que les chiffres de C1 soient 1, 2, 3 (car 6 = 1+2+3) et que les chiffres de C2 soient 7, 8, 9 (car 24= 7+8+9)

(L2, C1) et la somme de LE est 27 donc il est nécessaire que les autres chiffres de L2 soient 7, 8, 9 et que (L2, C1)=3.

La somme de L1 est 13 et (L1, C2) , donc (L1, C2)=7 et les autres chiffres de L1 sont 1, 2, 3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7 |  |  | 13 ; reste à placer 1, 2 et 3 |
| 3 |  |  |  | 27, reste à placer 7, 8 et 9 |
|  |  |  |  |
| 6 ; reste à placer 1 et 2 | 24 ; reste à placer 8 et 9 | 11 | 20 |

La somme de C4 est 20 ; si (L1, C4) valait 1 ou 2 on aurait une somme des 2 autres chiffres de C4 égale à 18 ou 19, ce qui est impossible. Donc (L1, C4) =3.

Donc les autres chiffres de C4 sont 8 et 9. Donc (L2, C2) et (L2, C4) valent 8 ou 9, donc (L2,C3)=7.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7 |  | 3 | 13 ; reste à placer 1 et 2 |
| 3 |  | 7 |  | 27 ; reste à placer 8 et 9 |
|  |  |  |  |
| 6 ; reste à placer 1 et 2 | 24 ; reste à placer 8 et 9 | 11 | 20 ; reste à placer 8 et 9 |

Or la somme de C3 est 11 donc (L1, C3) + (L3, C3) = 4 ; or (L1, C3) est différent de (L3, C3°) : il y a donc à placer 1 et 3 dans C3, mais 3 est déjà placé dans L1. On en déduit que : (L1, C3)=1 et que (L3, C3)=3. Donc (L1, C1)=2 et (L3, C1)=1.

**Conclusion : on trouve 2 solutions qui conviennent**

**:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **2** | **7** | **1** | **3** | **13** |
| **3** | **8** | **7** | **9** | **27** |
| **1** | **9** | **3** | **8** |
| **6** | **24** | **11** | **20** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **2** | **7** | **1** | **3** | **13** |
| **3** | **9** | **7** | **8** | **27** |
| **1** | **8** | **3** | **9** |
| **6** | **24** | **11** | **20** |

**EXERCICE 3**

1) Voici un exemple de procédé en 13 coups d’épée pour tuer le dragon à 5 têtes et 7 queues :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Etape | Ce qu’on coupe | Têtes restantes | Queues restantes |
| 0 |  | 5 | 7 |
| 1 | 1 queue | 5 | 8 |
| 2 | 2 têtes | 3 | 8 |
| 3 | 2 têtes | 1 | 8 |
| 4 | 2 queues | 2 | 6 |
| 5 | 2 queues | 3 | 4 |
| 6 | 2 queues | 4 | 2 |
| 7 | 1 queue | 4 | 3 |
| 8 | 1 queue | 4 | 4 |
| 9 | 2 queues | 5 | 2 |
| 10 | 2 queues | 6 | 0 |
| 11 | 2 têtes | 4 | 0 |
| 12 | 2 têtes | 2 | 0 |
| 13 | 2 têtes | 0 | 0 |

2) Sont immortels des dragons sans queue ayant un nombre impair de têtes.

La stratégie recommande donc de veiller à ce que le nombre de têtes soit pair lorsqu’on enlève les deux dernières queues…

**EXERCICE 4**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Le rangement ci-contre permet de placer 50 boîtes : 5 rangées de 6 boîtes et 4 rangées de 5 boîtes.  Il faut cependant démontrer qu’il est possible de placer ces 9 rangées dans la largeur de la caisse. En effet si le diamètre d’une boîte est a, alors la droite reliant les centres d’une même colonne est à une distance a×de celle reliant les centres de la colonne suivante, car cette distance est celle d’un triangle équilatéral de côté a. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Ainsi 9 rangées occupent une largeur :  +8a ×+ soit environ 7,93a , ce qui est inférieur à 8a : donc   |  | | --- | | **Ce rangement est donc possible.** | |

**EXERCICE 5.**

***Il y a 2 manières de remplir la grille, mais elles conduisent à la même somme A+C.***

***On arrive aux solutions par essais et éliminations successives Tout le problème consiste à limiter ces essais au maximum .L’usage d’une table de carrés et de cubes peut ici être plus indiqué que celui d’une calculatrice.***

Il y a seulement 4 puissances quatrièmes de 4 chiffres et leur dernier chiffre est 1 ou 6 ; ce sont 1296, 2401, 4096,6561.Or 1296 est à éliminer, car le carré B ne peut pas se terminer par 2 (aucun carré ne se termine par 2) ; de même un carré ne peut pas se terminer par 11 ou 66, donc D se termine par 16 ou 61. Les seuls carrés convenant pour D sont : 4761, 6561, et 9216 (on rejette 2116 et 2916 car le carré a ne peut pas se terminer par 2).

**Si D= 9216**, d=4096 et C=2401ou 6561. Alors B se terminerait par 40 ou 50, ce qui est impossible.

**Si D=4761**, c=4096 et d=2401 ou 6561. Le seul cube de 4 chiffres finissant par 7 est 2197. Mais le carré B se terminerait par 104 ou 105 : impossible.

**Si D= 6561**, alors c= 4096 et d=2401 (car d est distinct de D). Le seul cube possible est 3375. On obtient B=2304. Pour a, il y a 2 solutions : 1296 et 9216, qui donnent la même valeur de A+C : on a A+C=11132.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a | **9** | **2** | **1** | **6** |
| b | **3** | **3** | **7** | **5** |
| c | **4** | **0** | **9** | **6** |
| d | **2** | **4** | **0** | **1** |
|  | A | B | C | D |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a | **1** | **2** | **9** | **6** |
| b | **3** | **3** | **7** | **5** |
| c | **4** | **0** | **9** | **6** |
| d | **2** | **4** | **0** | **1** |
|  | A | B | C | D |

**EXERCICE 6**

|  |  |
| --- | --- |
|  | ***1°Si on s’obstine à rester dans le plan de la figure, une telle ligne ne peut pas être construite.***  En effet, cette figure contient 3 parties du type |

contenant 5 segments. Une telle partie nécessite qu’une extrémité de la ligne se trouve à l’intérieur, car toute ligne qui y entre doit en ressortir, et le nombre 5 de segments de cette partie est impair.

Dans le plan, une telle ligne continue devrait avoir ***3 extrémités, ce qui est impossible.***

***2°Cependant, si on ne reste pas dans le plan de la figure, une telle ligne est possible dans l’espace !***

Il suffit de « tricoter» c’est- à - dire de passer successivement d’un point situé au- dessus du plan de la figure à un point situé au-dessous en traversant chaque fois un segment ! Il y a alors une infinité de solutions…

**EXERCICE 7**

Soit O le point de départ du campeur dans le village de RIMBACH et soit E le point d’arrivée au point d’eau, au bord du lac des Perches. Soit T l’emplacement de la tente. On pose : x= OT, et soit d= OE.

En prenant par exemple le kilomètre pour unité, munissons ce sentier d’un repère. La distance parcourue en une journée par ce campeur est alors : f(x) =2\*(OT + 2 TE).

On a : f(x)=2\*( + 2). Ainsi :

Si x, f(x)= -2x+4 (d- x)=4d-6x ; cette expression est décroissante (coefficient de x négatif) et minimale en 0 en valant 4d

Si 0f(x)= 2x+ 4(d- x)’= 4d-2x : cette expression est décroissante et minimale en d, en valant alors 2d

Si x> d, f(x)= 2x+ 4(x- d) = -x- 4d : cette expression est croissante et minimale en d, de valeur 2d. En conclusion :

|  |
| --- |
| **S’il veut avoir à marcher le moins possible, le campeur devra se mettre en E, donc le plus près possible du point d’eau, au lac des Perches .Mais alors, gare aux moustiques !** |

**EXERCICE 8**

**1ère méthode**

Lors de leur 1ère rencontre, la distance totale parcourue par les 2 bateaux est la distance d cherchée entre Fromentine et l’Ile d’Yeu.

Lors de leur 2ème rencontre, la distance totale parcourue par les 2 bateaux est 3 fois cette distance d.

Comme les 2 bateaux naviguent à vitesse constante, chacun a parcouru 3 fois la distance qu’il avait parcourue avant la 1ère rencontre ; en particulier l’Insula Oya a parcouru

3\*9=27 Km=d+ 5 (lieu de la 2ème rencontre), donc **d= 22 Km.**

**2ème méthode**

Les distances parcourues dans le même intervalle de temps sont proportionnelles.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | A la 1ère rencontre | A la 2ème rencontre |
| Amporelle | d-9 | 2d- 5 |
| Insula Oya | 9 | d+ 5 |

On a := , d’où : d(d- 22)=0, et : **d= 22 Km.**

|  |
| --- |
| **Le trajet en bateau est de 22 Km.** |