**SUITES DE FIBONACCI**

**Définition** : une ***suite de Fibonacci*** est une suite définie par la donnée de ses 2 premiers termes et et par la relation = + b où a et b sont deux nombres réels fixes donnés.

1. **Etude d’une suite particulière.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | n | u(n) | u(n+1)/u(n) | | 0 | 1 |  | | 1 | 1 | 1 | | 2 | 2 | 2 | | 3 | 3 | 1,5 | | 4 | 5 | 1,66666667 | | 5 | 8 | 1,6 | | 6 | 13 | 1,625 | | 7 | 21 | 1,61538462 | | 8 | 34 | 1,61904762 | | 9 | 55 | 1,61764706 | | 10 | 89 | 1,61818182 | | 11 | 144 | 1,61797753 | | 12 | 233 | 1,61805556 | | 13 | 377 | 1,61802575 | | 14 | 610 | 1,61803714 | | 15 | 987 | 1,61803279 | | 16 | 1597 | 1,61803445 | | 17 | 2584 | 1,61803381 | | 18 | 4181 | 1,61803406 | | 19 | 6765 | 1,61803396 | | 20 | 10946 | 1,618034 | | 21 | 17711 | 1,61803399 | | 22 | 28657 | 1,61803399 | | 23 | 46368 | 1,61803399 | | 24 | 75025 | 1,61803399 | | 25 | 121393 | 1,61803399 | | 26 | 196418 | 1,61803399 | | 27 | 317811 | 1,61803399 | | 28 | 514229 | 1,61803399 | | 29 | 832040 | 1,61803399 | | 30 | 1346269 | 1,61803399 | | | **AVEC EXCEL :**  1° En A1 marquer n ; en B1 marquer u(n). En A2 marquer 0 et en A3 marquer 1. Sélectionner A2 et A3 et tirer vers le bas.  2° En B2 marquer le premier terme de la suite, par exemple  **= 1.** En B3 marquer le deuxième terme, par exemple  **= 1**  ***On va d’abord prendre a = b = 1.***  En B4 marquer la formule = B2 + B3 et tirer vers le bas.  3° A propos de cette suite particulière observer que les rapports semblent converger vers le nombre d’or (utiliser la colonne C pour calculer ces rapports avec la formule, en C3, = B3/B2 ).  ***Les anciens utilisaient des salles où les rangées de chaises en longueur et largeur avaient un rapport voisin de « la divine proportion », le « nombre d’or ». Donc ils utilisaient deux termes consécutifs de cette suite…***  **Remarque**: Pour l’expression de en fonction de n, se reporter à ce qui suit... |

1. **AUTRES EXEMPLES.**

Recommencer avec d’autres valeurs de , , a b. Ecrire grâce à Excel les 30 premiers termes des suites définies par

1° , = 2 , = - 6

2° , = 3 , = - 12

3° , = 2 , = - 4

1. **EXPRESSION DE EN FONCTION DE n :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| On associe à = + b la relation : | |  | | --- | | = a x + b | |

***1° On se place dans le cas particulier où cette équation admet deux solutions distinctes v et w.***

1. On va commencer par envisager une relation du type = α + β .

Déterminer α et β dans plusieurs cas particuliers (dont l’exemple précédent A) et les exemples B)1° et B)2°) , à l’aide des valeurs de et

érifier chaque fois avec Excel (utiliser une colonne).

1. Tenter ensuite de généraliser en faisant une démonstration par récurrence.

***2° On se place dans le cas particulier où cette équation admet une racine double r.***

1. On va commencer par envisager une relation du type = (a n + b) .

Déterminer a et b dans plusieurs cas particuliers (dont l’exemple B)3°) à l’aide des valeurs de et

érifier chaque fois avec Excel (utiliser une colonne).

1. Tenter ensuite de généraliser en faisant une démonstration par récurrence.